

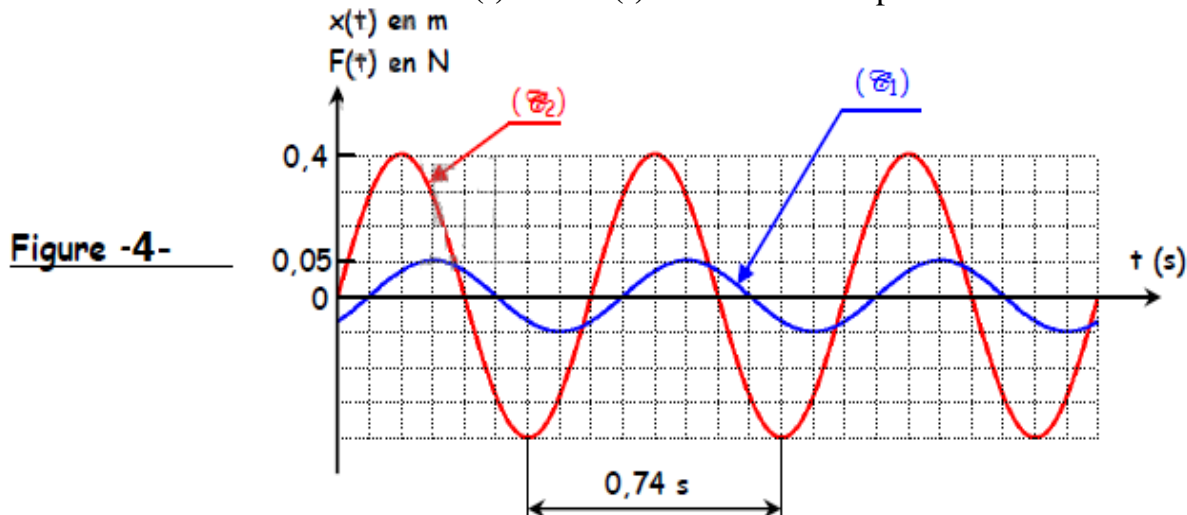
Mécanique

Exercice N° - 1 -

Un oscillateur est formé d'un ressort (**R**) de constante de raideur $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$ et d'un solide (**S**) de masse **m**. Le solide (**S**) est soumis à l'action de forces de frottement visqueux dont la résultante est de la forme $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ où **h** est une constante positive et à l'action d'une force excitatrice de la forme $\vec{F} = F_{\text{max}} \sin(\omega \cdot t) \cdot \vec{i}$ exercée à l'aide d'un dispositif approprié. Ainsi, à tout instant **t**, l'élongation **x** de **G**, sa dérivée première $\frac{dx}{dt}$ et sa dérivée seconde $\frac{d^2x}{dt^2}$ vérifient la relation (1) :

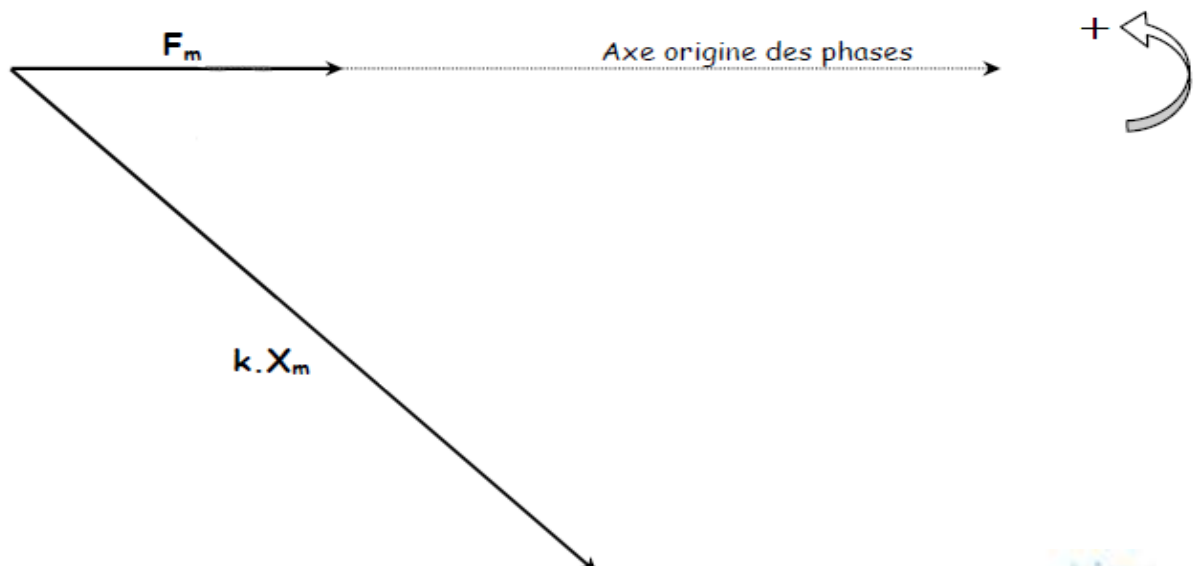
$$kx + h \frac{dx}{dt} + m \frac{d^2x}{dt^2} = F_{\text{max}} \sin(\omega \cdot t)$$

dont la solution est : $x(t) = X_{\text{max}} \cdot \sin(\omega t + \varphi_x)$. La figure -4- représente les variations des valeurs de $x(t)$ et de $F(t)$ au cours du temps.



- 1° Montrer, en le justifiant, que la courbe (C₁) correspond à $x(t)$.
- 2° En exploitant la figure -4-, établir les expressions de $F(t)$ et de $x(t)$.
- 3° Sur la figure - 5 -, à remplir et à remettre avec la copie, sont représentés les vecteurs de Fresnel associés aux fonctions $k \cdot x(t)$ et $F(t)$.

Figure 5



a) Compléter la construction de Fresnel relative à l'équation (1) en traçant sur la **figure -5-** et dans l'ordre suivant les vecteurs correspondant respectivement aux fonctions $h \frac{dx}{dt}$ et $m \frac{d^2x}{dt^2}$ n prenant pour échelle : **10 cm \rightarrow 1 N**.

b) Dédire à partir de cette construction les valeurs de **m** et de **h**.

4°)

a) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer l'expression de **X_m** en fonction de **F_{max}**, **h**, **ω** , **k** et **m**.

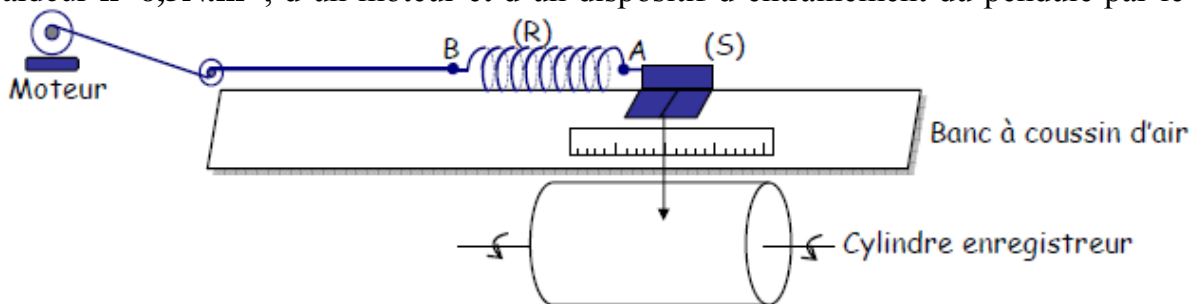
b) Etablir, à l'aide de l'analogie mécanique – électrique que l'on précisera, l'expression de l'amplitude **Q_{max}** des oscillations électriques forcées.

c) Tracer l'allure des variations de **Q_{max}** en fonction de la pulsation **ω** ; on notera, approximativement sur le tracé, la position de la fréquence **ω_r** correspondant à la résonance de charge par rapport à la pulsation propre **ω_0** de l'oscillateur.

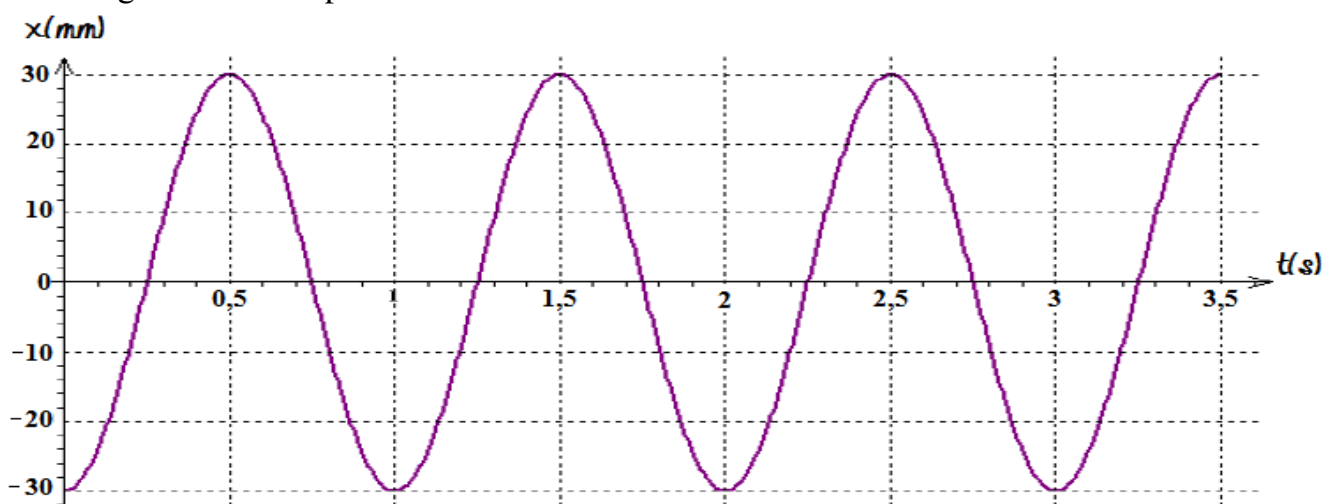
Exercice N° - 2 -

On utilise le dispositif schématisé ci-après.

Il est constitué d'un pendule élastique horizontal : solide (S) de masse **m=100g** et ressort (R) de constante de raideur **k=6,5N.m⁻¹**, d'un moteur et d'un dispositif d'entraînement du pendule par le moteur.



1. En faisant tourner le moteur à la fréquence **N_e= 1Hz (=1tr.s⁻¹)**, le solide (S) se met à osciller sur le bac de part et d'autre de sa position d'équilibre. Une fois le régime permanent est établi on réalise l'enregistrement ci-après.

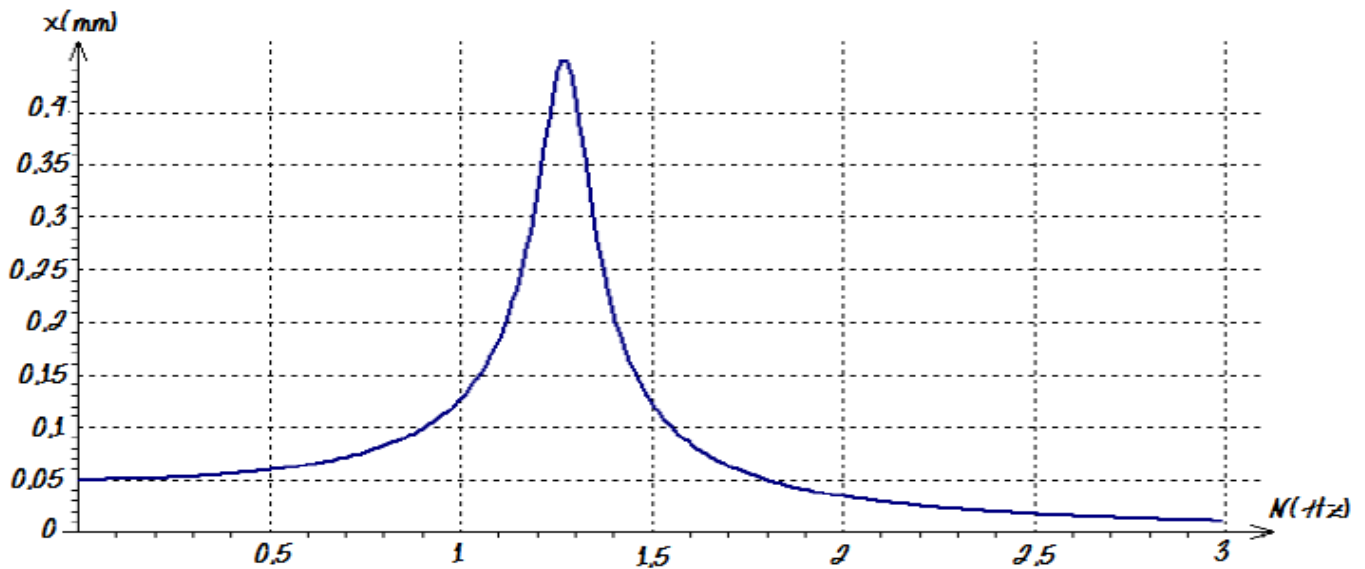


a- Donner l'expression de la fréquence propre **N₀** de l'oscillateur en fonction de **k** et **m**. La calculer.

b- Déterminer graphiquement la fréquence **N₁** des oscillations du pendule, la comparer à **N₀** puis à **N_e**. En déduire si les oscillations sont libres ou forcées ?

c- Exprimer numériquement l'élongation **x** en fonction du temps.

2- On fait varier la fréquence **N_e** de rotation du moteur et on mesure à chaque fois l'amplitude **X_m** des oscillations du pendule; les résultats permettent de tracer la courbe **X_m=f(N_e)**.



a- Relever la valeur N_r de N_e pour laquelle X_m est maximale et la comparer à N_0 .

b- Qu'appelle-t-on un tel phénomène ?

3- On choisit comme repère galiléen, le repère (O, \vec{i}) lié au laboratoire, \vec{i} étant le vecteur unitaire de l'axe et O la position d'équilibre du centre d'inertie G de (S) .

a. Par application de la loi fondamentale de la dynamique, établir que les oscillations du pendule sont régies par l'équation différentielle suivante :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + k \cdot x = F \text{ Avec } F = F_m \cdot \sin(2\pi N_e t) = k \cdot X_B \cdot \sin(2\pi N_e t)$$

b. une telle équation admet comme solution particulière : $x(t) = X_m \cdot \sin(2\pi N_e t + \varphi)$

→ Donner les vecteurs associés pour chaque terme de l'équation différentielle (**module et argument**).

→ Faire la construction de Fresnel pour le cas $N_e = N_1$.

→ En déduire les expressions de X_m et $\text{tg}(\varphi)$

→ Calculer X_B .

c. On donne l'expression de la fréquence de résonance : $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi m^2}}$.

Déduire h .

4- **Analogie mécanique-électrique :**

a. Donner le schéma du circuit électrique équivalent au dispositif mécanique utilisé.

b. En utilisant l'analogie mécanique-électrique, établir l'expression de l'intensité maximale I_m du courant.